Modulatia cu unda continua

Procedeu esential in comunicatiile analogice.

Definitii

Modulatia este un procedeu de transfer de informatie de la un semnal, numit modulator, la un alt semnal, numit purtator, mai bine adaptat la nevoile procesului de transmisie a informatiei, obtinandu-se un nou semnal, numit semnal modulat.

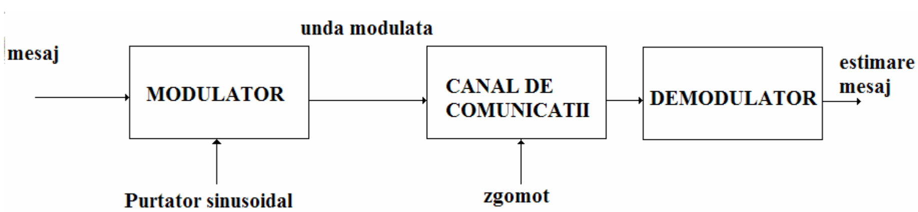
Semnal modulator-generat de sursa de informatie-semnal in bada de baza.

Proces de transmisie-canal de comunicatii-banda de frecvente adecvata.

Exemplu

Transmisii radio
Banda de baza: 0 – 20 KHz,
Frecventa minima a benzii de frecvente a canalului > 30 KHz.
Translatia de frecventa este realizata folosind modulatia.
O forma uzuala de semnal purtator este sinusoida – modulatie in unda continua.
Procedeul invers modulatiei, prin care pornind de la semnalul modulat se reconstruieste semnalul modulator se numeste demodulatie.

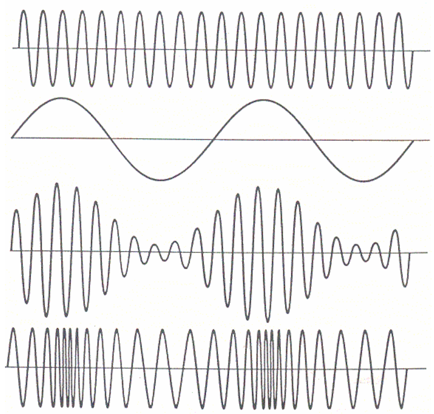
Componentele esentiale ale unui sistem de comunicatie, folosind modulatia in unda continua



Clasificare

•Modulatia de amplitudine,

•Modulatia de unghi (exponentiala).

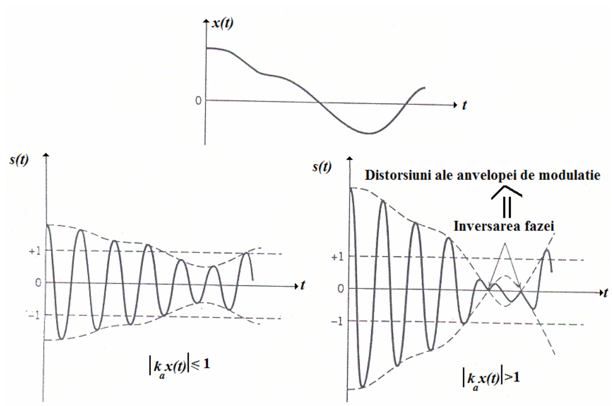


Modulatia de amplitudine

Fie semnalul purtator $c(t) = A_c \, cos \, \omega_c t$ si semnalul modulator $x(t)$.

Expresia semnalului modulat in amplitudine este : $s(t) = A_c[1 + k_a x(t)]cos(2\pi f_c t)$.

k_a $[\mathrm{V}^{-1}]$ - sensibilitatea de amplitudine a modulatorului.



Conditii suplimentare

Amplitudinea unei unde sinusoidale este o marime pozitiva :

$A_c[1+k_a x(t)] \geq 0 \Rightarrow |k_a x(t)| \leq 1 \, \forall t$

Daca aceasta conditie nu este indeplinita se vorbeste despre supramodulatie.

Gradul de modulatie :

$m = |k_a x(t)|_{max} \cdot 100 \, [\%]$

Daca f_M este frecventa maxima din spectrul semnalului modulator atunci trebuie satisfacuta conditia : $f_c >> f_M = B_f$ banda mesajului, pentru a se putea realiza demodularea.

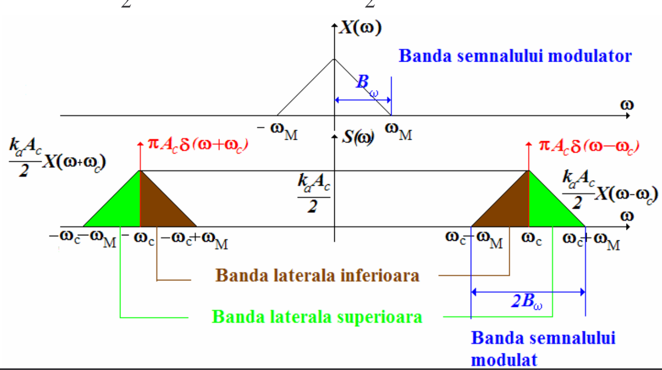
Spectrul semnalului modulat in amplitudine

$$S(\omega) = \mathcal{F}\{A_c \cos\omega_c t\} + \mathcal{F}\{A_c k_a x(t) \cos\omega_c t\} =$$

$$= \pi A_c[\delta(\omega-\omega_c)+\delta(\omega+\omega_c)] + \frac{1}{2\pi} A_c k_a X(\omega) * \pi[\delta(\omega-\omega_c)+\delta(\omega+\omega_c)],$$

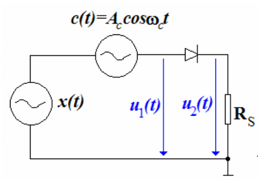
$$S(\omega) = \pi A_c[\delta(\omega-\omega_c)+\delta(\omega+\omega_c)] + \frac{k_a A_c}{2}[X(\omega-\omega_c)+X(\omega+\omega_c)].$$

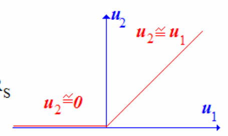
$$S(f) = \frac{A_c}{2}[\delta(f-f_c)+\delta(f+f_c)] + \frac{k_a A_c}{2}[X(f-f_c)+X(f+f_c)].$$

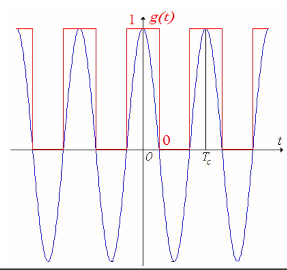


Avantaje si dezavantaje ale modulatiei de amplitudine

Simplitate de implementare. Modulatorul.







$$u_2(t) \cong \begin{cases} u_1(t), & u_1(t) \geq 0 \\ 0, & u_1(t) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$u_2(t) \cong \begin{cases} A_c \cos \omega_c t + x(t), & A_c \cos \omega_c t + x(t) \geq 0 \\ 0, & A_c \cos \omega_c t + x(t) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow u_2(t) = [A_c \cos \omega_c t + x(t)] g(t).$$

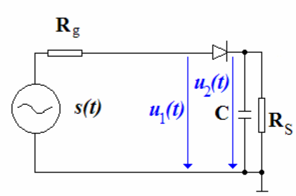
$$g(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \cos[(2n-1)\omega_c t]$$

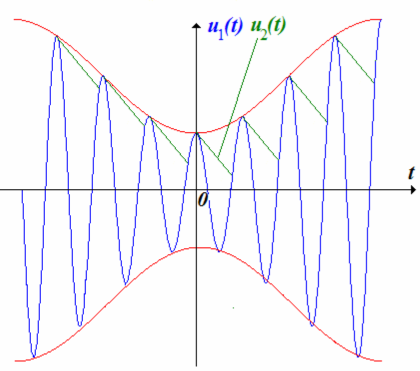
$$u_2(t) \cong \frac{A_c}{2} \cos \omega_c t + \frac{A_c}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} \{\cos 2n\omega_c t + \cos[(2n-2)\omega_c t]\} +$$

$$+ \frac{x(t)}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1} x(t) \cos[(2n-1)\omega_c t].$$

Pentru $\omega_c >> \omega_M$, in jurul frecventei purtatoare se gasesc termenii $\frac{A_c}{2} \cos \omega_c t + \frac{2}{\pi} x(t) \cos \omega_c t$. Ei constituie un semnal modulat in amplitudine si se separa de ceilalti termeni prin filtrare trece - banda, centrata pe ω_c.

Demodulatorul





O filtrare trece - jos a semnalului $u_2(t)$ si inlaturarea componentei continue, asigura refacerea semnalului modulator.

Dezavantajele modulatiei de amplitudine

Modulatia de amplitudine risipeste banda de frecvente.
Largimea benzii de frecvente ocupata de semnalul modulat este dubla fata de latimea benzii de frecvente ocupate de semnalul modulator.
Pentru diminuarea acestor dezavantaje se renunta la una dintre benzile laterale si se suprima purtatoarea. Se ajunge astfel la procedeele de modulatie de amplitudine liniare.

Modulatia de amplitudine liniara

$s(t) = a(t)cos[\omega_c t + \phi(t)] = [a(t)cos\,\phi(t)]cos\,\omega_c t - [a(t)sin\,\phi(t)]sin\,\omega_c t =$
$= s_I(t)cos\,\omega_c t - s_Q(t)sin\,\omega_c t$, $s_I(t)$ – componenta in faza,
$s_Q(t)$ - componenta in cuadratura. Ambele trebuie sa aiba o dependenta liniara de $x(t)$ pentru a obtine o modulatie liniara.

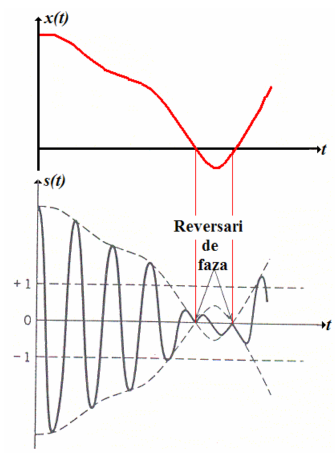
Tipul de modulatie		Componenta in faza	Componenta in cuadratura	Observatii
Cu doua benzi laterale si purtatoare suprimata		$x(t)$	0	$x(t)$-semnalul mesaj
Cu banda laterala unica (BLU)	Se transmite BL superioara	$\frac{1}{2}x(t)$	$\frac{1}{2}\hat{x}(t)$	$\hat{x}(t) = H\{x(t)\}$
	Se transmite BL inferioara	$\frac{1}{2}x(t)$	$-\frac{1}{2}\hat{x}(t)$	$\hat{x}(t) = H\{x(t)\}$
Cu banda laterala vestigiala	Se transmite vestigiul BL inferioare	$\frac{1}{2}x(t)$	$\frac{1}{2}x'(t)$	
	Se transmite vestigiul BL superioare	$\frac{1}{2}x(t)$	$-\frac{1}{2}x'(t)$	

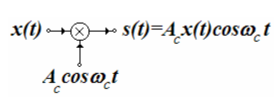
Tipuri de modulatie liniara

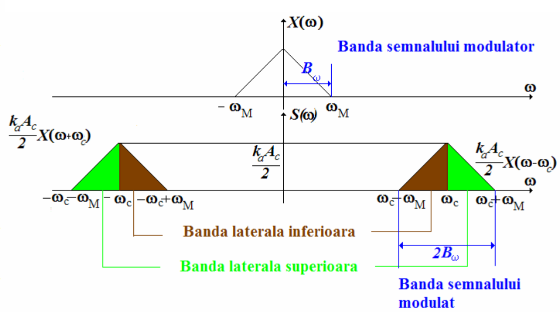
1. Cu 2 benzi laterale si purtatoare suprimata -2BL-PS,
2. Cu banda laterala unica – BLU,
3. Cu rest de banda laterala – cu banda laterala vestigiala.

Modulatia cu doua benzi laterale si purtatoare suprimata

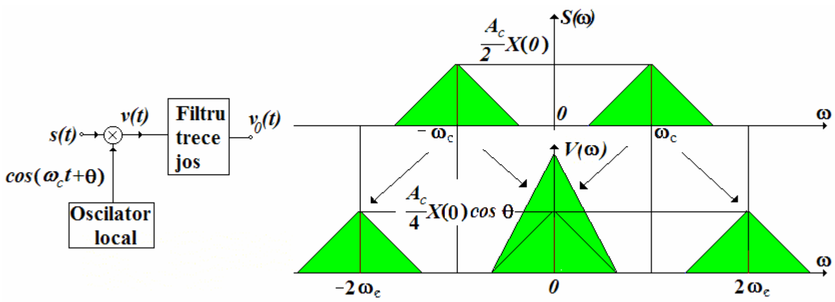
$$s(t)=A_c x(t)\cos\omega_c t \Rightarrow S(\omega)=\frac{A_c}{2}\left[X(\omega-\omega_c)+X(\omega+\omega_c)\right].$$







Detectia coerenta (sincrona)



$$v(t)=s(t)cos(\omega_c t+\theta)=A_c x(t)cos\,\omega_c t\,cos(\omega_c t+\theta)$$

$$\text{sau}: v(t)=\frac{A_c}{2}x(t)cos\,\theta+\frac{A_c}{2}x(t)cos(2\omega_c t+\theta)$$

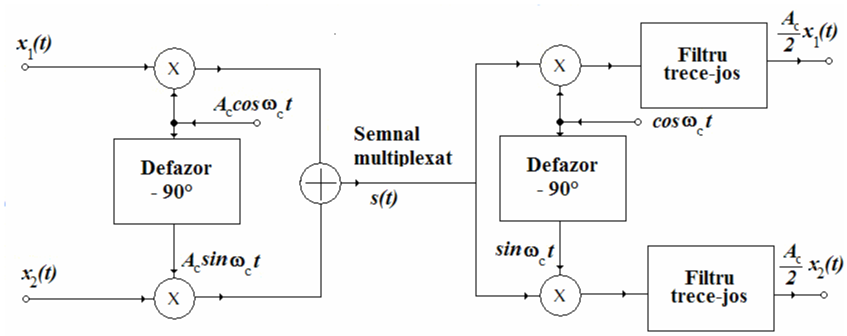
$$v(t)=\frac{A_c}{2}x(t)cos\,\theta+\frac{A_c}{2}x(t)cos(2\omega_c t+\theta)$$

Primul termen are suportul in banda de baza $(-\omega_M, \omega_M)$. Al doilea termen are spectrul grupat in jurul lui $2\omega_c$, $(2\omega_c-\omega_M, 2\omega_c+\omega_M)$. In urma filtrarii trece jos acest termen este inlaturat asa ca: $v_0(t)=\frac{A_c}{2}x(t)cos\,\theta$. Ca urmare a faptului ca oscilatorul local de la receptie are un defazaj de θ fata de oscilatorul de la emisie care genereaza purtatoarea, apare o scadere a raspunsului detectorului sincron. Acesta este maxim pentru $\theta=0$ si nul pentru $\theta=\pm\frac{\pi}{2}$. Defazajul trebuie sa ramana constant in timp, altfel apare o modulatie suplimentara. Deci oscilatorul local al receptorului trebuie sa fie in sincronism perfect cu generatorul de purtatoare de la emisie atat in frecventa cat si in faza (sinfazic). O metoda practica de realizare a sincronismului receptorului cu emitatorul este metoda buclei Costas.

Multiplexare cu purtatoare in cuadratura

$x_1(t), x_2(t)$ - semnale modulatoare independente.

$s(t) = A_c x_1(t) \cos \omega_c t + A_c x_2(t) \sin \omega_c t$

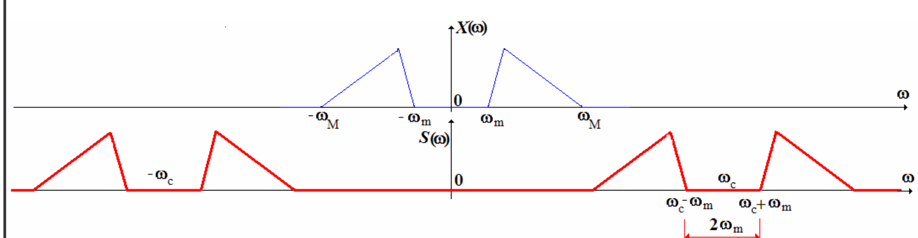


Modulatia cu banda laterala unica

Generare

Modulatie de produs $\Rightarrow$ MAPS,

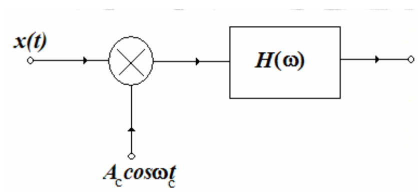
Filtrare trece - banda $\Rightarrow$ selectia uneia dintre benzile laterale.

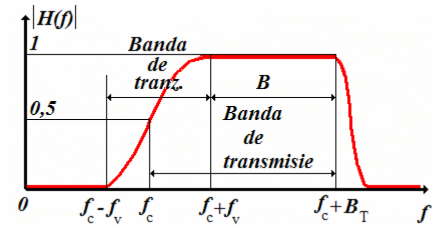


bandgap - semnale vocale, $\omega_m = 300$ rad/sec. Restrictii pentru filtrul de rejectare a benzii dorite :

1. banda laterala dorita $\subset$ banda de trecere a filtrului, 2. banda laterala nedorita $\subset$ banda de blocare a filtrului, latimea benzii de tranzitiea filtrului $< 2\omega_m$. Demodularea se face prin detectie sincrona.

Modulatia cu rest de banda laterala

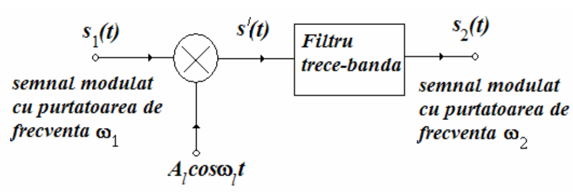




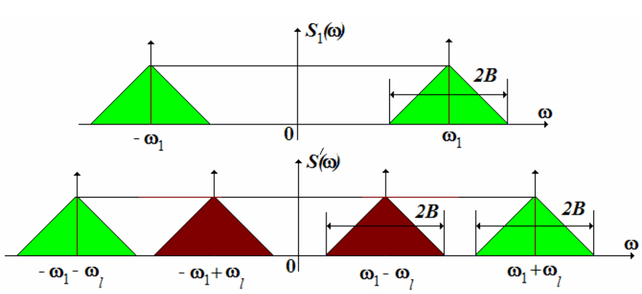
$$H(\omega-\omega_c)+H(\omega+\omega_c)=1$$

Se utilizeaza in televiziunea comerciala.

Translatia de frecvente



Schema bloc a unui mixer.



Conversie in sus

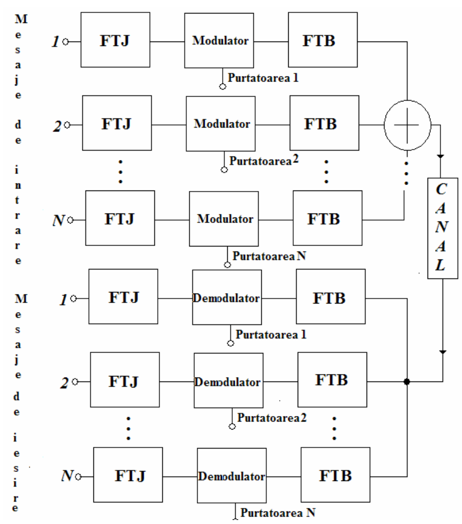
$\omega_l = \omega_2 - \omega_1$

Conversie in jos

$\omega_l = \omega_1 - \omega_2$

Multiplexarea prin divizare in frecventa

Sisteme de telefonie
Banda ocupata 300 Hz - 3400Hz.
Transmiterea simultana a mai multor semnale vocale pe acelasi canal.
Separarea in frecventa : Frequency Division Multiplexing.
Separarea in timp : time - division multiplexing.
Se utilizeaza MA - BLU.
Purtatoarele sunt decalate intre ele cu 4 KHz.
Filtrele trece banda de dupa modulatoare limiteaza banda semnalului modulat la 4 KHz.



Modulatia unghiulara

$s(t) = A_c \cos\theta_i(t)$ - vector rotitor cu amplitudinea A_c si unghiul $\theta_i(t)$.
Viteza unghiulara a acestui vector rotitor este frecventa instantanee a semnalului modulat.

Frecventa instantanee $\omega_i(t) = \dfrac{d\theta_i(t)}{dt}$.

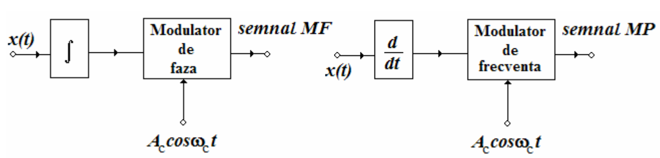
Modulatia de faza. $\theta_i(t) = \omega_c t + k_p x(t)$; k_p [rad/V] - sensibilitatea de faza.

$s(t) = A_c \cos[\omega_c t + k_p x(t)]$

Modulatia de frecventa. $\omega_i(t) = \omega_c + 2\pi k_f x(t)$, k_f [Hz/V] - sensibilitate de frecventa.

$$\theta_i(t) = \omega_c t + 2\pi k_f \int_0^t x(\tau)d\tau \Rightarrow s(t) = A_c \cos\left[\omega_c t + 2\pi k_f \int_0^t x(\tau)d\tau\right]$$

Semnalul MF poate fi considerat ca fiind un semnal MP in care modularea se face cu $\int_0^t x(\tau)d\tau$.



Proprietatile semnalului PM pot fi deduse din cele ale semnalelor FM si invers.

Modulatia de frecventa

Spectrul semnalului modulat in frecventa

$x(t) = A_m \cos \omega_m t \Rightarrow \omega_i(t) = \omega_c + 2\pi k_f A_m \cos \omega_m t$; $\Delta\omega = 2\pi k_f A_m$ - deviatie de frecventa ;

$\beta = \dfrac{\Delta\omega}{\omega_m}$ - indice de modulatie. $\theta_i(t) = \omega_c t + \beta \sin \omega_m t$.

$s(t) = A_c \cos[\omega_c t + \beta \sin \omega_m t]$ In functie de valorile lui β exista 2 tipuri de modulatie :

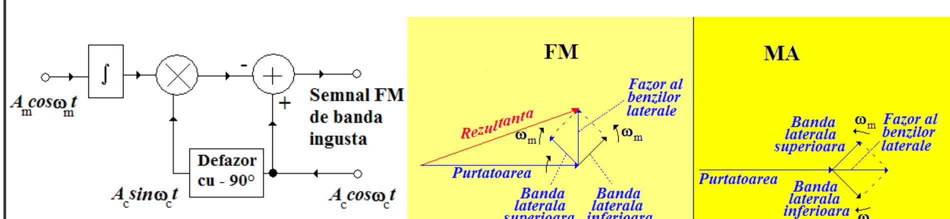
$\beta << 1$ radian - modulatie de banda ingusta;

$\beta >> 1$ radian - modulatie de banda larga.

Modulatia de frecventa de banda ingusta

$s(t) = A_c \cos \omega_c t \cos(\beta \sin \omega_m t) - A_c \sin \omega_c t \sin(\beta \sin \omega_m t)$. Daca $\beta < \dfrac{\pi}{36}$ radiani se pot face aproximarile :

$\cos(\beta \sin \omega_m t) \cong 1$ si $\sin(\beta \sin \omega_m t) \cong \beta \sin \omega_m t \Rightarrow s(t) = A_c \cos \omega_c t - \beta A_c \sin \omega_c t \sin \omega_m t$.



$s(t) \cong A_c \cos \omega_c t + \dfrac{1}{2}\beta A_c[\cos(\omega_c + \omega_m)t - \cos(\omega_c - \omega_m)t]$,

In cazul modulatiei de amplitudine :

$s_{AM}(t) = A_c[1 + m \cos \omega_m t]\cos \omega_c t = A_c \cos \omega_c t + \dfrac{1}{2} m A_0 [\cos(\omega_c + \omega_m)t + \cos(\omega_c - \omega_m)t]$.

Atat semnalul FM de banda ingusta cat si semnalul AM au aceiasi intindere spectrala $2B$.

Spectrul semnalului modulat in frecventa cu banda ingusta

$$s(t)=A_c cos\left(\omega_c t+2\pi k_f\int_0^t x(\tau)d\tau\right)\overset{y(t)=\int_0^t x(\tau)d\tau}{\underset{|y(t)|\le A}{=}}$$

$$=A_c cos\,\omega_c t\,cos\left(2\pi k_f\,y(t)\right)-A_c\,sin\,\omega_c t\,sin\left(2\pi k_f\,y(t)\right).$$

Modulatie de banda ingusta, $2\pi k_f A\le\frac{\pi}{36}\Rightarrow$

$$s(t)\cong A_c cos\,\omega_c t-A_c 2\pi k_f\,y(t)\,sin\,\omega_c t.$$

$$y(t)=\int_0^t x(\tau)d\tau\leftrightarrow Y(\omega)=\frac{1}{j\omega}X(\omega)\Rightarrow$$

$$S(\omega)=\pi A_c[\delta(\omega-\omega_c)+\delta(\omega+\omega_c)]-A_c k_f\frac{X(\omega)}{j\omega}*\frac{\pi}{j}[\delta(\omega-\omega_c)-\delta(\omega+\omega_c)],$$

$$\text{sau}: S(\omega)=\pi A_c[\delta(\omega-\omega_c)+\delta(\omega+\omega_c)]+\pi A_c\left[\frac{X(\omega-\omega_c)}{\omega-\omega_c}-\frac{X(\omega+\omega_c)}{\omega+\omega_c}\right]$$

Se observa asemanarea cu spectrul semnalului modulat in amplitudine:

$$S_{MA}(\omega)=\pi A_c[\delta(\omega-\omega_c)+\delta(\omega+\omega_c)]+\frac{k_a A_c}{2}[X(\omega-\omega_c)+X(\omega+\omega_c)]$$

Modulatia de frecventa de banda larga

$$s(t)=Re\left\{A_c e^{j(\omega_c t+\beta\,sin\,\omega_m t)}\right\}\overset{\tilde{s}(t)=A_c e^{j\beta\,sin\,\omega_m t}}{=}Re\left\{\tilde{s}(t)e^{j\omega_c t}\right\},$$

$\tilde{s}(t)$ - anvelopa complexa a semnalului modulat in frecventa.

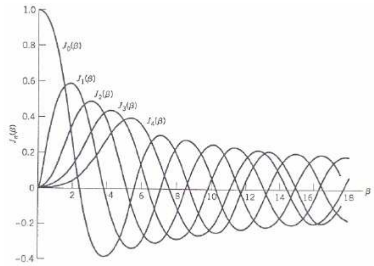
$$\tilde{s}(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}c_n e^{jn\omega_m t},\ c_n=\frac{\omega_m}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{\omega_m}}^{\frac{\pi}{\omega_m}}\tilde{s}(t)e^{-jn\omega_m t}dt=\frac{A_c\omega_m}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{\omega_m}}^{\frac{\pi}{\omega_m}}e^{j[\beta\,sin\,\omega_m t-n\omega_m t]}dt=$$

$$\overset{x=\omega_m t}{=}c_n=\frac{A_c}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi}e^{j(\beta\,sin\,x-nx)}dx=A_c J_n(x)$$, unde $J_n(x)$ este functia Bessel de speta intaia, ordin n si argument x. Deci $c_n=A_c J_n(\beta)\Rightarrow$

$$\Rightarrow\tilde{s}(t)=A_c\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(\beta)e^{jn\omega_m t}\Rightarrow s(t)=A_c\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(\beta)cos(\omega_c t+n\omega_m t)=$$

$$=A_c\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(\beta)cos\,2\pi(f_c+nf_m)t\Rightarrow$$

$$\Rightarrow S(\omega)=\frac{A_c}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(\beta)[\delta(\omega-\omega_c-n\omega_m)+\delta(\omega+\omega_c+n\omega_m)].$$



Proprietati utile ale functilor Bessel

1. $J_n(\beta) = (-1)^n J_{-n}(\beta)$ pentru $n \in Z$,

2. Pentru indice de modulatie, β, mic, avem:

$J_0(\beta) \cong 1$; $J_1(\beta) \cong \frac{\beta}{2}$; $J_n(\beta) \cong 0$; $n > 2$; $|\beta| << 1$;

3. $\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = 1.$

$$S(\omega) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta)[\delta(\omega - \omega_c - n\omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + n\omega_m)].$$

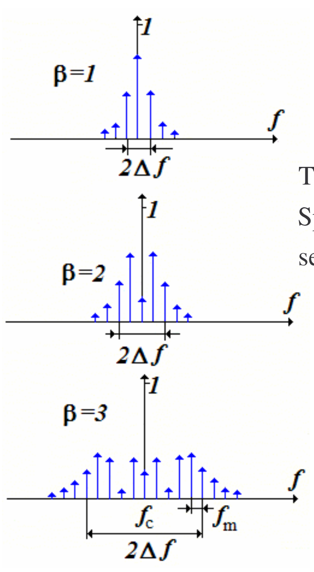
Observatii.

1. Spectrul unui semnal modulat in frecventa contine o componenta pe frecventa purtatoarei, ω_c si o multime infinita de componente pe frecvente situate in benzile laterale decalate cu ω_m, $2\omega_m$, $3\omega_m$, etc, fata de ω_c.

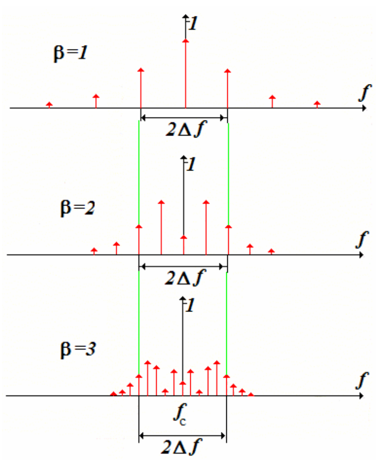
2. Pentru $|\beta| << 1$ (modulatia de frecventa de banda ingusta), doar $J_0(\beta)$ si $J_1(\beta)$ au valori semnificative si deci spectrul semnalului modulat in frecventa contine doar purtatoarea (ω_c) si doua benzi laterale de frecvente $\omega_c \pm \omega_m$.

3. Amplitudinea componentei cu frecventa purtatoare ω_c depinde de factorul $J_0(\beta)$. Spre deosebire de MA, amplitudinea componentei corespunzatoare din spectrul semnalului FM este variabila, dependenta de indicele de modulatie β, deoarece amplitudinea semnalului FM este constanta, asa ca puterea unui astfel de semnal este constanta: $P = \frac{1}{2} A_c^2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = \frac{1}{2} A_c^2$.

Exemple



Tinand constant f_m dar modificand A_m se modifica β. Spectrele sunt normalizate prin impartire la amplitudinea semnalului purtator nemodulat.



Tinand constant A_m dar modificand f_m se modifica β.
Spectrele sunt normalizate prin impartire la amplitudinea semnalului purtator nemodulat.
Banda ocupata de spectrul semnalului modulat in frecventa tinde la $2\Delta f$ cand $\beta \to \infty$.

Banda de transmisie a semnalelor modulate in frecventa

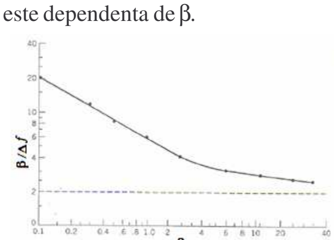
$$S(\omega) = \frac{A_c}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta)[\delta(\omega - \omega_c - n\omega_m) + \delta(\omega + \omega_c + n\omega_m)].$$

Teoretic banda de transmisie este infinita. Practic, componentele departate de f_c cu mai mult de $\pm\Delta f$, descresc rapid spre 0. Pentru $\beta \to \infty$, latimea benzii de transmisie tinde la $2\Delta f$ si aceasta este centrata pe f_c.

Regula lui Carson (1937): $B_T \cong 2\Delta f + 2 f_m = 2\Delta f\left(1 + \frac{1}{\beta}\right).$

Alta definitie a benzii de transmisie: Ecartul de frecvente in afara caruia nici una dintre componentele spectrale nu depaseste 1% din amplitudinea purtatoarei, $B_T = 2n_{max} f_m$, unde $\forall n > n_{max}\ |J_n(\beta)| > 0{,}01$. Valoarea n_{max} este dependenta de β.

β	$2n_{max}$	β	$2n_{max}$
0,1	*2*	*5*	*16*
0,3	*4*	*10*	*28*
0,5	*4*	*20*	*50*
1	*6*	*30*	*70*
2	*8*		



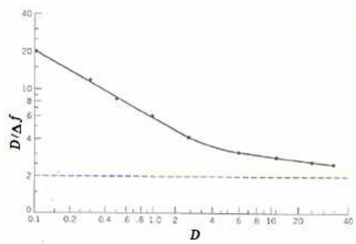
Cazul modulatorului nesinusoidal

$x(t)$ - semnal modulator cu frecventa maxima din spectru W (joaca rolul lui f_m).

$A_{max} = max|x(t)| \Rightarrow \Delta f = k_f A_{max}$, deviatia de frecventa $\Rightarrow D = \Delta f / W$ raportul de deviatie (joaca rolul lui β).

Regula lui Carson : $D \rightarrow \beta$ si $W \rightarrow f_m$.

Curba universala.



Regula lui Carson conduce la subestimarea benzii de transmisie.
Curba universala conduce la supraestimarea benzii de transmisie.

Exemplu

America de Nord, transmisiuni radio :

$\Delta f = 75$ KHz ; $W = 15$ KHz ; $D = 5$.

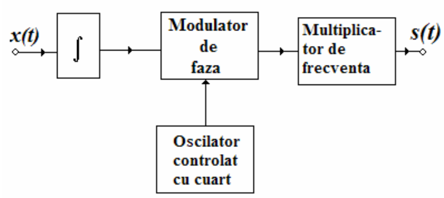
Regula lui Carson : $B_T = 2(\Delta f + W) = 180$ KHz.

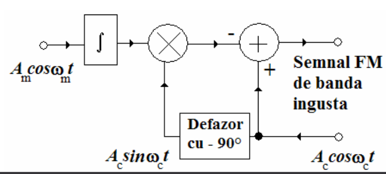
Curba universala : D = 5 $\Rightarrow B_T = 3{,}2\Delta f = 240$ KHz.

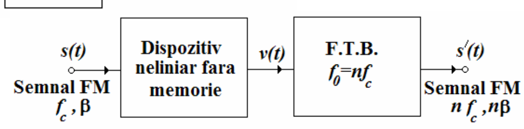
In practica se aloca o banda de transmisie de 200 KHz.

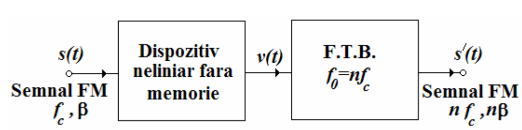
Generarea semnalelor modulate in frecventa

Exista 2 metode, directa (bazata pe un oscilator comandat in tensiune) si indirecta (initial se face o modulatie de banda ingusta si apoi pentru fixarea deviatiei de frecventa se face o multiplicare de frecventa).
Metoda a 2 - a se foloseste in radiofonia FM, deoarece este necesara o stabilitate mare a frecventei.









$v(t)=a_1 s(t)+a_2 s^2(t)+\ldots+a_n s^n(t);$

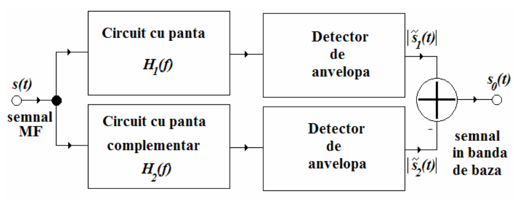
$s(t)=A_c\, cos\left[\omega_c t+2\pi k_f\int_0^t x(\tau)d\tau\right]$

$f_i(t)=f_c+k_f x(t)$. Banda de trecere a filtrului trece banda este de n ori mai mare decat banda semnalului $s(t)$.

$s'(t)=A_c'\, cos\left[n\omega_c t+2\pi n k_f\int_0^t x(\tau)d\tau\right]$ cu frecventa instantanee:

$f_i'(t)=nf_c+nk_f x(t)$.

Demodularea semnalelor modulate in frecventa



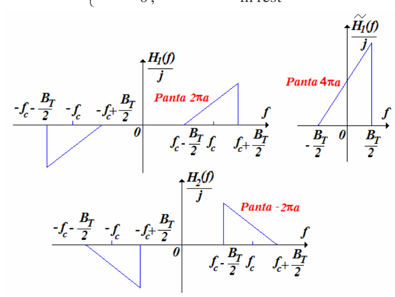
$\tilde{H}_1(f)$ - echivalentul de joasa frecventa al FTB $H_1(f)$.

$H_1(f)$ se construieste din $\tilde{H}_1(f)$ prin:

1. Se deplaseaza $\tilde{H}_1(f)$ spre dreapta cu f_c,

2. Se pune $H_1(f)=\frac{1}{2}\tilde{H}_1(f-f_c)$, pentru $f>0$.

$$\tilde{H}_1(f)=\begin{cases} j4\pi a\left(f+\frac{B_T}{2}\right); & -\frac{B_T}{2}\le f\le\frac{B_T}{2} \\ 0; & \text{in rest}\end{cases}$$

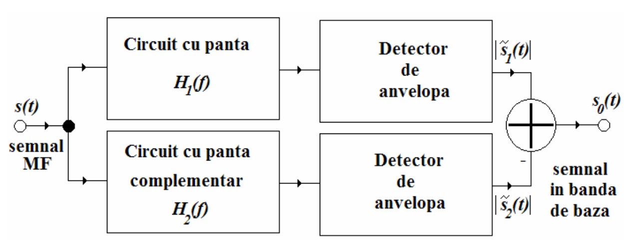


Discriminatorul de frecventa

Iesirea sa este direct proportionala cu frecventa instantanee a semnalului FM.

Circuit cu panta

$$H_1(\omega)=\begin{cases} ja\left(\omega-\omega_c+\frac{2\pi B_T}{2}\right), & \omega_c-\frac{2\pi B_T}{2}\le\omega\le\omega_c+\frac{2\pi B_T}{2} \\ ja\left(\omega+\omega_c-\frac{2\pi B_T}{2}\right), & -\omega_c-\frac{2\pi B_T}{2}\le\omega\le-\omega_c+\frac{2\pi B_T}{2}. \\ 0, & \text{in rest}\end{cases}$$



Semnalul de intrare: $s(t)=A_c\cos\left[2\pi f_c t+2\pi k_f\int_0^t x(\tau)d\tau\right]$. Anvelopa sa complexa: $\tilde{s}(t)=A_c e^{j2\pi k_f\int_0^t x(\tau)d\tau}\leftrightarrow$

$$\leftrightarrow\tilde{S}_1(f)=\frac{1}{2}\tilde{H}_1(f)\tilde{S}(f)=\begin{cases} j2\pi a\left(f+\frac{B_T}{2}\right)\tilde{S}(f); & -\frac{B_T}{2}\le f\le\frac{B_T}{2} \\ 0; & \text{in rest}\end{cases}\leftrightarrow\tilde{s}_1(t)=a\left[\frac{d\tilde{s}(t)}{dt}+j\pi B_T\tilde{s}(t)\right]\Rightarrow$$

$$s_1(t)=j\pi B_T aA_c\left[1+\frac{2k_f}{B_T}x(t)\right]e^{j2\pi k_f\int_0^t x(\tau)d\tau}\Rightarrow s_1(t)=Re\left\{\tilde{s}_1(t)e^{j2\pi f_c t}\right\}=\pi B_T aA_c\left[1+\frac{2k_f}{B_T}x(t)\right]\cos\left[2\pi f_c t+2\pi k_f\int_0^t x(\tau)d\tau+\frac{\pi}{2}\right].$$

$s_1(t)$ - semnal cu modulatie hibrida, de frecventa si de amplitudine. Daca se alege k_f astfel incat $\left|\frac{2k_f}{B_T}x(t)\right|<1$,

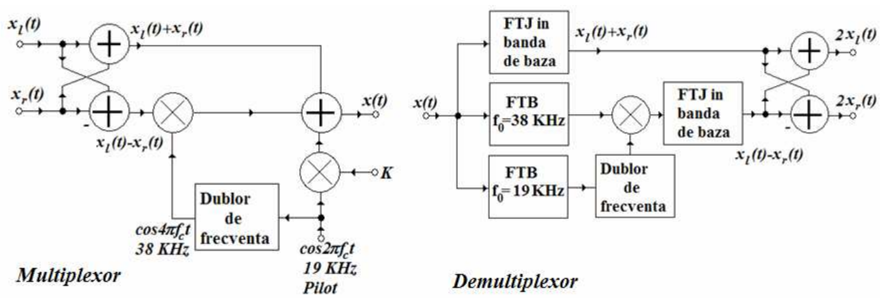
cu un detector de anvelopa se obtine $|\tilde{s}_1(t)|=\pi B_T aA_c+2\pi k_f aA_c x(t)$.

$\tilde{H}_2(f)=\tilde{H}_1(-f)\Rightarrow|\tilde{s}_2(t)|=\pi B_T aA_c-2\pi k_f aA_c x(t)\Rightarrow s_0(t)=|\tilde{s}_1(t)|-|\tilde{s}_2(t)|=4\pi k_f aA_c x(t)$.

Multiplexarea semnalelor FM stereo

Se transmit 2 semnale distincte folosind aceeasi frecventa purtatoare. Radiofonia stereofonica satisface conditiile :

1. Se realizeaza in interiorul canalului de difuziune FM alocat,
2. Este compatibila cu receptoarele monofonice.

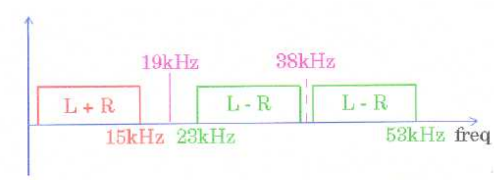


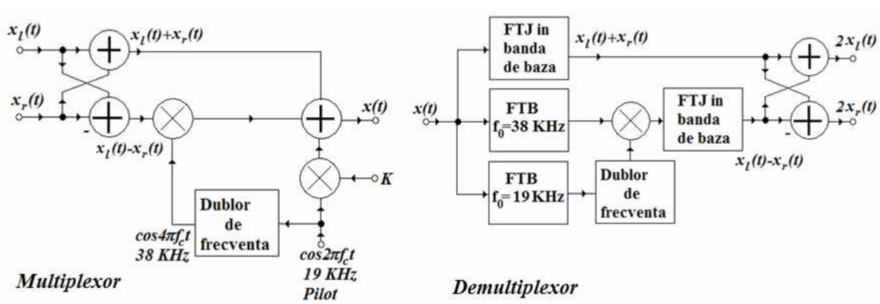
Semnalul $x_l(t)+x_r(t)$ constituie partea din banda de baza disponibila pentru receptia monofonica.

Semnalul $x_l(t)-x_r(t)$ este modulat in amplitudine cu 2 benzi laterale si purtatoare suprimata.

Semnalul multiplexat : $x(t)=[x_l(t)+x_r(t)]+[x_l(t)-x_r(t)]cos\,4\pi f_c t+K\,cos\,2\pi f_c t$, este modulat in frecventa.

http://cnyack.homestead.com/files/modulation/fmsteo.htm





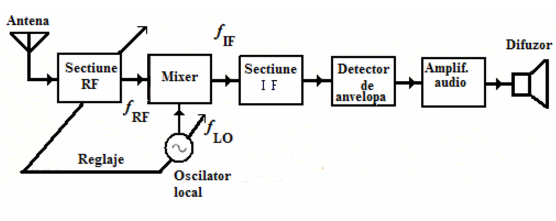
$$x(t)=[x_l(t)+x_r(t)]+[x_l(t)-x_r(t)]cos\,4\pi f_c t+K\,cos\,2\pi f_c t$$

Efecte neliniare in modulatia de frecventa

Se considera un canal de comunicatii cu caracteristica de transfer neliniara : $v_0(t) = a_1 v_i(t) + a_2 v_i^2(t) + a_3 v_i^3(t)$ la intrarea caruia : $v_i(t) = A_c\, cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$; $\phi(t) = 2\pi k_f \int_0^t x(\tau) d\tau \Rightarrow v_0(t) = a_1 A_c\, cos[2\pi f_c t + \phi(t)] + a_2 A_c^2\, cos^2[2\pi f_c t + \phi(t)] + a_3 A_c^3\, cos^3[2\pi f_c t + \phi(t)]$. Tinand seama de relatiile : $cos^2 x = \frac{1 + cos\, 2x}{2}$; $cos^3 x = \frac{cos\, 3x + 3 cos\, x}{4}$ se obtine $v_0(t) = \frac{a_2 A_c^2}{2} + \left(a_1 A_c + \frac{3}{4} a_3 A_c^3 \right) cos[2\pi f_c t] + \frac{a_2 A_c^2}{2} cos[4\pi f_c t + 2\phi_c(t)] + \frac{a_3 A_c^3}{4} cos[6\pi f_c t + 3\phi_c(t)]$. Pentru a extrage semnalul FM din $v_0(t)$ este necesara identificarea sa. Fie Δf deviatia de frecventa a semnalului FM si W frecventa maxima din spectrul semnalului modulator. Aplicand regula lui Carson rezulta conditia de separare : $2 f_c - (2\Delta f + W) > f_c + (\Delta f + W) \Rightarrow f_c > 3\Delta f + 2W$. Daca aceasta conditie este indeplinita din $v_0(t)$ se poate extrage prin filtrare trece banda folosind un filtru cu frecventa centrala f_c si banda $2\Delta f + 2W$ termenul $v_0'(t) = \left(a_1 A_c + \frac{3}{4} a_3 A_c^3 \right) cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$.

Receptorul superheterodina

Un receptor de radiodifuziune nu are numai sarcina de a demodula semnalul receptionat.
Alte sarcini :
- Acordul pe frecventa purtatoare care se doreste ascultata,
- Filtrarea, pentru a separa semnalul dorit de alte semnale modulate,
- Amplificarea, pentru a compensa pierderile de putere datorate propagarii.



	Radiofonie AM	Radiofonie FM
Gama purtatoarelor de radiofrecventa	535-1605 KHz	88-108 MHz
Frecventa intermediara	455 KHz	10,7 MHz
Banda de frecvente intermediare	10 KHz	200 KHz

$f_{IF} = f_{LO} - f_{RF}$; $f_{LO} > f_{RF}$. In receptorul superheterodina se genereaza un semnal IF daca frecventa oscilatorului local difera de cea a postului cu $\pm f_{IF}$: $f_{RF} = f_{LO} \pm f_{IF}$. Doar una dintre acestea corespunde frecventei purtatoare, cealalta numindu - se frecventa imagine.