

C10.

Polarizarea undelor electromagnetice.

După cum s-a discutat, lumina este o undă electromagnetică și constă în propagarea simultană a câmpurilor electric \vec{E} și \vec{B} ; pentru o undă armonică plană legatura dintre câmpuri fiind:

$$\vec{k} \times \vec{E} = \omega \vec{B}$$

unde: $\vec{k} = |\vec{k}| \vec{u}$ este vectorul de propagare

ω – pulsația câmpurilor.

Relația de mai sus arată că pentru o undă armonică plană vectorii \vec{k} , \vec{E} , \vec{B} sunt mutual perpendiculari.

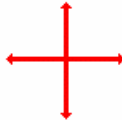
Fenomenul de polarizare pune în evidență caracterul transversal al luminii, caracter care se manifestă prin posibilitatea extincției totale a luminii în anumite experiențe. Vibrațiile luminoase nu au componentă paralela cu direcția de propagare, vectorii \vec{E} și \vec{B} fiind perpendiculari pe \vec{k} .

Dar în planul perpendicular pe direcția de propagare câmpul electric al undelor luminoase poate avea orice orientare în cazul luminii naturale, spunem că *lumina naturală este nepolarizată*.

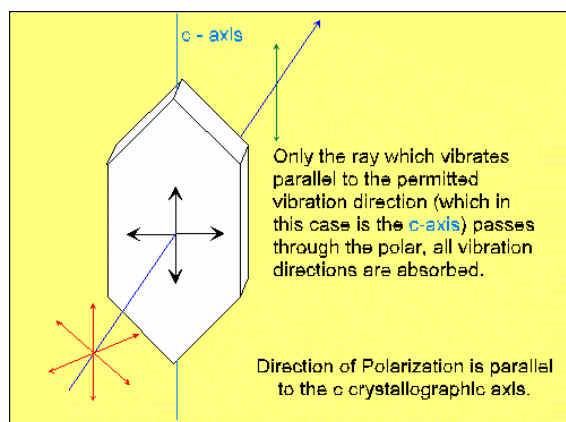
A light wave is known
to vibrate in a multitude
of directions ...



... In general, a light
wave can be thought of
as vibrating in a vertical
and in a horizontal plane.



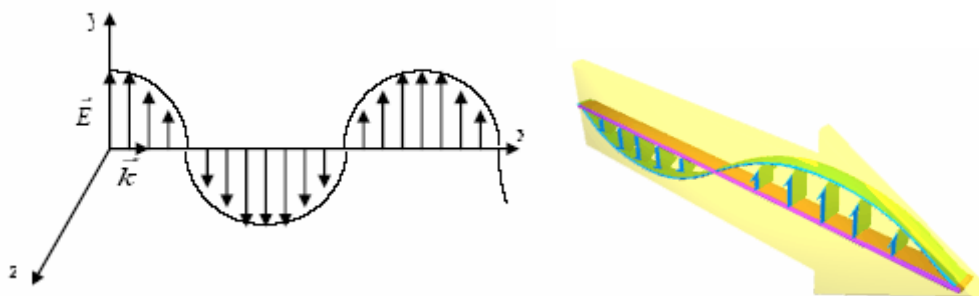
Dacă lumina nepolarizată trece printr-un filtru de polarizare (de exemplu o lamă polaroid) care permite doar trecerea componentelor câmpului electric paralele cu o direcție preferențială și absoarbe componentele perpendiculare pe această direcție preferențială, la ieșirea din filtru lumina va fi *liniar polarizată*.



Prin definiție *direcția de polarizare a unei unde electromagnetice într-un punct este direcția câmpului electric*. În cazul polarizării liniare, câmpul electric al unde oscilează paralel cu o direcție dată. De exemplu, o undă al cărui câmp electric este:

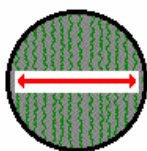
$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx); \quad \vec{E}(0, E, 0)$$

va fi polarizată după direcția (Oy):

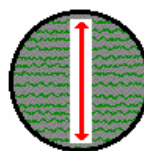


Un filtru de polarizare sau *polarizor liniar* este format din lanțuri lungi de molecule aranjate paralel unele cu altele. Direcția preferențială care permite trecerea câmpului electric al luminii este perpendiculară pe direcția de aliniere a moleculelor.

Relationship Between Long-Chain Molecule Orientation and the Orientation of the Polarization Axis

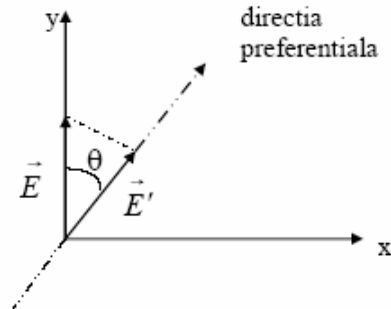


When molecules in the filter are aligned vertically, the polarization axis is horizontal.



When molecules in the filter are aligned horizontally, the polarization axis is vertical.

O undă luminoasă polarizată liniar după direcția (Oy) care cade pe un polarizor liniar a cărui direcție preferențială face unghiul θ cu axa (Oy), la ieșirea din filtru va avea câmpul electric orientat după direcția preferențială a polarizorului și câmpul electric va avea amplitudinea



$$E' = E_0 \cos \theta$$

Doar componentele paralele cu această direcție vor trece prin polarizor. Unda transmisă va fi tot liniar polarizată, dar după altă direcție și va fi de amplitudine mai mică.

Deoarece intensitatea unei unde este proporțională cu pătratul amplitudinii, intensitatea unei transmise va fi:

$$I = I_0 \cos^2 \theta$$

unde I_0 este intensitatea unei incidente. Această lege se numește *legea lui Malus*.

Obs: Dacă $\theta = \frac{\pi}{2}$, polaroidul oprește complet trecerea luminii, spunem că are loc extincția totală a luminii. Dacă lumina incidentă este lumina naturală, câmpul electric oscilează în planul perpendicular pe direcția de propagare, dar unghiul θ poate lua orice valoare, $\theta \in (0, 2\pi)$. Intensitatea unei transmise va fi în acest caz

$$I = I_0 \langle \cos^2 \theta \rangle$$

unde $\langle \cos^2 \theta \rangle$ este media funcției $\cos^2 \theta$ pe intervalul $(0, 2\pi)$.

$$\langle \cos^2 \theta \rangle \equiv \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2 \theta d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta = \frac{1}{2} :$$

$$I = \frac{I_0}{2}$$

adică la trecerea luminii naturale printr-un polarizer liniar intensitatea scade la jumătate.

Aplicatie:

O undă electromagnetică care se deplasează în lungul axei (Ox) este formată din suprapunerea a două unde polarizate după direcțiile (Oy) și (Oz):

$$\vec{E} = \vec{u}_y E_0 \sin(\omega t - kx) + \vec{u}_z E_0 \cos(\omega t - kx)$$

a). Care este mărimea câmpului electric în orice punct din spațiu la orice moment?

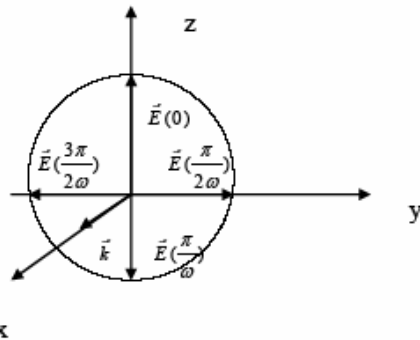
b). Fie punctual $x=y=z=0$. Reprezentați câmpul electric \vec{E} la momentele:

$$t = 0; \frac{\pi}{2\omega}; \frac{\pi}{\omega}; \frac{3\pi}{2\omega}; 2\pi.$$

adică, comportarea în timp a vectorului câmp electric.

$$\text{a) } |\vec{E}| = \sqrt{E_0^2 \sin^2(\omega t - kx) + E_0^2 \cos^2(\omega t - kx)} = E_0 = \text{const} \quad \forall t, \forall x$$

$$\text{b) } \vec{E} \Big|_{x=y=z=0} = \vec{u}_y E_0 \sin \omega t + \vec{u}_z E_0 \cos \omega t.$$



$$t=0 \begin{cases} E_y = 0 \\ E_z = E_0 \end{cases}$$

$$t = \frac{\pi}{2\omega} \begin{cases} E_y = E_0 \sin \omega \frac{\pi}{2\omega} = E_0 \\ E_z = E_0 \cos \omega \frac{\pi}{2\omega} = 0 \end{cases}$$

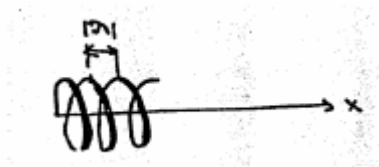
$$t = \frac{\pi}{\omega} \begin{cases} E_y = E_0 \sin \omega \frac{\pi}{\omega} = 0 \\ E_z = E_0 \cos \pi = -E_0 \end{cases}$$

$$t = \frac{3\pi}{2\omega} \begin{cases} E_y = -E_0 \\ E_z = 0 \end{cases}$$

$$t = \frac{2\pi}{\omega} \begin{cases} E_y = 0 \\ E_z = E_0 \end{cases}$$

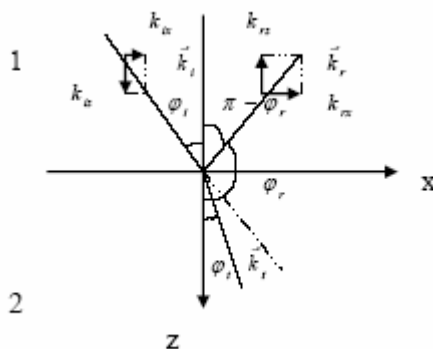
Rezultă că într-un punct fix din spațiu, vârful vectorului câmp electric al unei unde descrie un cerc, spunem că lumina este *circular polarizată*.

La propagarea după direcția (Ox) a luminii circular polarizate, vârful vectorului câmp electric se va mișca pe o elice:



Reflexia și refracția undelor electromagnetice.

Propagarea undelor electromagnetice în medii limitate, mai ales ghidurile de undă, fibrele optice, cablurile coaxiale sunt larg folosite la transmiterea informației astfel încât aceasta să fie slab atenuată. Înainte de a discuta aceste lucruri, să analizăm influența unei discontinuități în proprietățile dielectrice (interfața dintre două medii) asupra propagării unei unde electromagnetice.



Suprafața de separare este planul (xOy), cele două medii fiind omogene, izotrope, liniare, conservative, fără proprietăți magnetice $\mu_1 = \mu_2 = \mu_0$, dar cu proprietăți dielectrice diferite $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$.

Simetria sistemului: suprafața de separare nu modifică omogenitatea spațială a sistemului decât după direcția (Oz) și deci, nu va fi afectată dependența spațială a fenomenului după (Ox),(Oy). De asemenea, dependența temporală nu este afectată de suprafața de separare și deci, pulsația unei unde va fi aceeași în cele două medii, $\omega_1 = \omega_2$.

Dacă unda incidentă se propagă în mediul 1 după direcția de vector de undă

$$\vec{k}_i(k_{ix}, 0, k_{iz})$$

cu

$$k_{ix}^2 + k_{iz}^2 = k_i^2 = \frac{\omega^2}{v_1^2}$$

Câmpul electric al unei incidente va fi de forma (în notație complexă):

$$\vec{E}_i(\vec{r}, t) = \vec{E}_{0i} e^{i[\omega t - (k_{ix}x + k_{iz}z)]}$$

Suprafața de separare dintre cele două medii va reflecta o parte din unda incidentă, câmpul unei reflectate fiind:

$$\vec{E}_r(\vec{r}, t) = \vec{E}_{0r} e^{i[\omega t - (k_{rx}x + k_{rz}z)]}$$

și va transmite în mediul 2 o parte din unda incidentă, câmpul unei transmise fiind:

$$\vec{E}_t(\vec{r}, t) = \vec{E}_{0t} e^{i[\omega t - (k_{tx}x + k_{tz}z)]}$$

Legile reflexiei (Snell-Descartes):

Definind planul de incidență ca fiind planul format de vectorii \vec{k}_i și \vec{n}_{12} (normala la suprafața de separare care se alege, prin convenție, ca fiind îndreptată de la mediul 1 către mediul 2), prima lege a reflexiei se enunță astfel:

- 1) Unda reflectată se propagă în planul de incidență și vectorul de undă al unei reflectate $\vec{k}_r(k_{rx}, 0, k_{rz})$ are componentele $\vec{k}_i(k_{ix}, 0, -k_{iz})$. Rezultă că

$$|\vec{k}_i| = |\vec{k}_r| = \frac{\omega}{v_1} = \frac{\omega}{c} n_1$$

- 2) Din relația

$$\left. \begin{array}{l} k_{ix} = k_{rx} \\ k_{iz} = -k_{rz} \end{array} \right\} \Rightarrow \varphi_r = \pi - \varphi_i$$

adică, unghiul de reflexie (măsurat de la normala la suprafață \vec{n}_{12}) este egal ($\pi - \varphi_i$).

Legile refracției (Snell-Descartes)

- 1) Vectorul de undă al unei transmise este în planul de incidență:

$$\vec{k}_t(k_{tx}, 0, k_{tz}); \quad |\vec{k}_t| = \frac{\omega}{v_2} = n_2 \frac{\omega}{c}$$

- 2) Datorită invarianței după direcția (Ox),

$$k_{ix} = k_{tx} \Rightarrow n_1 \sin \varphi_i = n_2 \sin \varphi_t$$

Dacă:

- $n_2 > n_1 \Rightarrow \varphi_t < \varphi_i$ unda transmisă se apropie de normală.
- $n_2 < n_1 \Rightarrow \varphi_t > \varphi_i$ unda transmisă se depărtează de normală.

